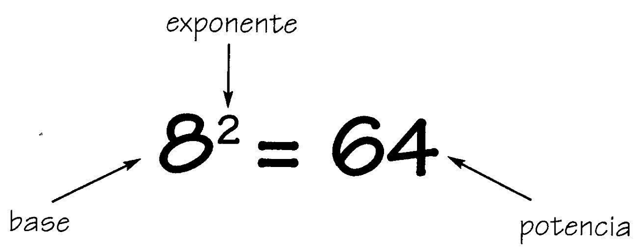
Clases de apoyo de matemáticas
Potencias y raíces
Escuela 765
Lago Puelo – Provincia de Chubut

Este texto intenta ser un complemento de las clases de apoyo de matemáticas que se están realizando en la escuela 765 de Lago Puelo. En ningún momento pueden reemplazar a dichas clases y mucho menos a la clases regulares de dicha materia.

Apuntes

Potencia:



Se puede pensar a la potencia como un multiplicación repetida de un mismo número.

$5 . 5 = 5^2$
$3 . 3 . 3 = 3^3$

Cuando multiplico un número por sí mismo, digo que “**elevo el número al cuadrado**”.
Cuando multiplico un número dos veces por sí mismo, digo que “**elevo el número al cubo**”.

Propiedades de las potencias

Si elevo un número “a la 1”, obtengo el mismo número. En estos casos, el exponente suele no escribirse:

$7^1 = 7$
$20^1 = 20$
$250^1 = 250$

Si la base no es 0 y el exponente es 0, el resultado es siempre 1:

$7^0 = 1$
$20^0 = 1$
$250^0 = 1$

En las potencias de base 10, el resultado es un 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente:

$10^5 = 10 . 10 . 10 . 10 . 10 = 100.000$ (1 seguido de 5 ceros)

No es conmutativa:

$3^2 \neq 2^3$	ya que	$9 \neq 8$
$2^5 \neq 5^2$	ya que	$32 \neq 25$

No es distributiva para la suma y resta pero si lo es para la multiplicación y división:

$(3 + 2)^2 \neq 3^2 + 2^3$	ya que	$5^2 \neq 9 + 4$	y	$25 \neq 13$
$(4 – 3)^2 \neq 4^2 – 3^2$	ya que	$1^2 \neq 16 – 9$	y	$1 \neq 7$
$(3 . 2)^2 = 3^2 . 2^3$	ya que	$6^2 = 9 . 4$	y	$36 = 36$
$(6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2$	ya que	$2^2 = 36 : 9$	y	$4 = 4$

En el caso del producto de potencias de igual base se suman las potencias:

$2^2 . 2^3 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$

Con la división en las misma situación, se restan:

$$2^5 : 2^3 = \frac{2^5}{2^3} = \frac{\cancel{2} . \cancel{2} . \cancel{2} . 2 . 2}{\cancel{2} . \cancel{2} . \cancel{2}} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

Y con las potencias de otras potencias, se multiplican:

$(2^3)^2 = (2 . 2 . 2)^2 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2^{3.2} = 2^6 = 64$

En el caso de las fracciones, una fracción elevada a una potencia, se aplica la propiedad distributiva con respecto al cociente:

$$\left(+\frac{2}{3}\right)^2 = +\frac{2^2}{3^2} = +\frac{4}{9}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = +\frac{4}{9}$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right)^3 = +\frac{2^3}{3^3} = +\frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

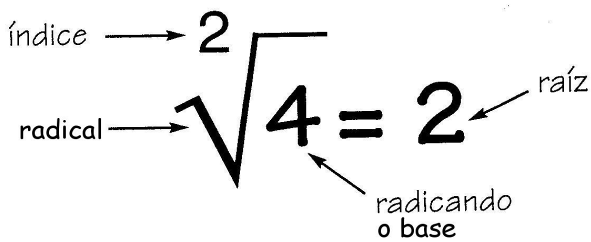
¿Y si las potencias negativas? En esos casos, como algo como 3^{-4} no tiene sentido, se lo debe transformar en una operación posible:

$$4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -32$$

$$\left(+\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(+\frac{5}{2}\right)^2 = +\frac{25}{4}$$

Radicación:



La raíz cuadrada de un número es el número natural que, elevado al cuadrado, da ese número.
Cuando el índice de una raíz es 2, no se escribe. $\sqrt{a}$ significa "**raíz cuadrada de a**".
La raíz cúbica de un número es el número natural que, elevado al cubo, da ese número.

Propiedades de las raíces

Las raíces de índice par tienen dos soluciones posibles:

$\sqrt{36} = 6$ porque $6^2 = 36$ pero también $\sqrt{36} = -6$ porque $(-6)^2 = 36$

No es conmutativa:

$$\sqrt[5]{32} \neq \sqrt[32]{5}$$

No es distributiva para la suma y resta pero si lo es para la multiplicación y división:

$\sqrt{36 + 64} \neq \sqrt{36} + \sqrt{64}$	ya que	$\sqrt{100} \neq 6 + 8$	y	$10 \neq 14$
$\sqrt{25 - 16} \neq \sqrt{25} + \sqrt{16}$	ya que	$\sqrt{9} \neq 5 - 4$	y	$3 \neq 1$
$\sqrt{4 . 9} = \sqrt{4} . \sqrt{9}$	ya que	$\sqrt{36} = 2 . 3$	y	$6 = 6$
$\sqrt{100 : 4} = \sqrt{100} : \sqrt{4}$	ya que	$\sqrt{25} = 10 : 2$	y	$5 = 5$

Y con las raíces de otras raíces, se multiplican:

$$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = 3 \qquad \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$$

Se puede simplificar o amplificar el índice de una raíz, siempre que se haga lo mismo con la base o radicando. Esto quiere decir que podemos dividir o multiplicar el índice y la raíz por un mismo número (distinto de 0) y el resultado no cambia:

$$\sqrt[4]{4^2} = \sqrt{4} = 2 \qquad \sqrt{3^4} = 3^2 = 9$$

$$\sqrt{9} = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81} = 3 \qquad \sqrt[3]{8} = \sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{64} = 2$$

En el caso de las raíces de fracciones, se aplica la propiedad distributiva con respecto al cociente:

$$\sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}} = \frac{3}{5}$$

Ejercicios

Potencias

1 Escribir como una única potencia:
   - 1.1 $8 . 8$
   - 1.2 $5^2 . 5$
   - 1.3 $7 . 7 . 7 . 7 . 7$
   - 1.4 $10^2 . 10^2$
   - 1.5 $m . m . m$

2 Armar un cuadro con los cuadrados y los cubos de los primeros 10 números naturales.

3 Completar el cuadro:

	La base es	El exponente es	Significa multiplicar	Resultado
4^3				
10^5				
12^2				
			6 . 6 . 6 . 6	
	7			49
		3		125

4. Si tuvieras azulejos cuadrados de 10 cm de lado, ¿cuántos precisarías para azulejar un sector cuadrado de una pared cuyos lados miden 90 cm?
5. ¿Y si el sector cuadrado del ejercicio anterior tuviese 2 m de lado?
6. Hallar las siguientes potencias:

$(-2)^2$; $(-2)^3$; $(-2)^4$; $(-2)^5$; $(-2)^6$; $(-2)^7$

$(-15)^0$; $(+8)^1$; $(+7)^3$; $(-6)^2$; $(-10)^5$; $(+10)^8$

$(-1)^{15}$; $(+1)^{20}$; $(-1)^{53}$; $(+10)^3$; $(-5)^5$; $(-8)^3$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ $\left(\frac{6}{5}\right)^2$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Radicación

1. La raíz cuadrada de 25 es... porque... elevado al cuadrado es 25.
2. La raíz cuadrada de 441 es... porque... elevado al cuadrado es 441.
3. La raíz cúbica de 64 es... porque... elevado al... es 64.
4. La raíz cúbica de 1.728 es... porque...
5. ¿Cómo calcularíamos la raíz cúbica de 2.774?
6. Sabemos que un mural cuadrado fue recubierto por 49 azulejos iguales. ¿Cuántos azulejos tiene el mural por lado? ¿Y si fueran 81?
7. Completá los cuadros:

n	4			16			144		121	100
√n		3	9		8	5		100		

n			13	15				14		
n^2	25	81			2.500	169	400		36	900

Hallar las siguientes raíces:

$\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[6]{1}$; $\sqrt[4]{10\,000}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt[5]{-1}$; $\sqrt[3]{-1000}$; $\sqrt{144}$;

$\sqrt[8]{100\,000\,000}$; $\sqrt{225}$; $\sqrt{1221}$; $\sqrt[3]{-64}$; $\sqrt[4]{625}$; $\sqrt{81}$;

$\sqrt[6]{1\,000\,000}$: $\sqrt[5]{-32}$; $\sqrt{-9}$; $\sqrt{-25}$; $\sqrt{100}$.

$\sqrt{\frac{16}{36}}$ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ $\sqrt{\frac{9}{49}}$