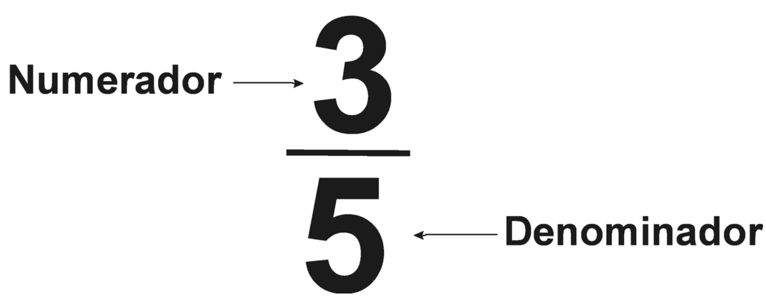
Clases de apoyo de matemáticas
Fracciones y decimales
Escuela 765
Lago Puelo – Provincia de Chubut

Este texto intenta ser un complemento de las clases de apoyo de matemáticas que se están realizando en la escuela 765 de Lago Puelo. En ningún momento pueden reemplazar a dichas clases y mucho menos a la clases regulares de dicha materia.

Apuntes

Características de las fracciones

ELEMENTOS DE UNA FRACCIÓN



Si el numerador es múltiplo del denominador, la fracción representa un número entero:

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = 3$$

Si ambos números son iguales, la fracción representa al número 1:

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{34}{34} = \frac{835}{835} = 1$$

Si el numerador es 0, la fracción representa al número 0:

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \frac{0}{16} = \frac{0}{341} = 0$$

Operaciones con números fraccionarios y decimales

Suma y resta de fracciones:

Cuando la suma o la resta de fracciones se hace con fracciones que tienen el mismo denominador, sólo deberemos hacer la cuenta sobre los numeradores:

$\frac{12}{7} - \frac{6}{7} = \frac{6}{7}$

$\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$\frac{24}{6} - \frac{5}{6} = \frac{19}{6}$

Ahora, cuando los denominadores son distintos, deberemos buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador.
La forma más simple de conseguir estas fracciones equivalentes es multiplicando los denominadores entre si. Pero cuando los denominadores son números grandes, esta forma no resulta práctica, asi que deberemos buscar el mínimo común denominador, (o M.C.D.) para poder sacar la cuenta:

$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{12}{25} = \frac{20 + 15 + 24}{50} = \frac{59}{50} = 1\ \frac{9}{50}$

El procedimiento que seguimos en esa cuenta es el siguiente:

Primer procedimiento: Amplificación de fracciones.

Si multiplicamos denominador y numerador por un mismo número, obtendremos otro equivalente. Así, $\frac{1}{3} = \frac{13}{36}$, porque ambos números los multiplicamos por 3.

Otros ejemplos:

$\frac{17}{100} = \frac{51}{300}$ (los multiplicamos por 3)

$\frac{7}{6} = \frac{105}{90}$ (los multiplicamos por 15)

Usando esta propiedad, podremos hacer la siguiente cuenta:

$\frac{2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{8 + 15}{36} = \frac{23}{36}$

Acá multiplicamos la primera fracción por 4 y la segunda por 3. Con esto logramos llegar a un número denominador en común entre las dos fracciones: 36.

Segundo procedimiento: Mínimo común múltiplo.

Supongamos que tenemos tres fracciones para sumar con los denominadores 15, 20 y 32. Armamos las siguientes tablas:

```
15|3        20|2        32|2
 5|5        10|2        16|2
 1|          5|5         8|2
             1|          4|2
                         2|2
                         1|
```

El procedimiento es:
Para 15 ¿puedo dividirlo por 2? No. ¿Puedo dividirlo por 3? Si. Pongo 3 al lado y abajo pongo el resultado (5). A ese 5 ¿puedo dividirlo por 2? No. ¿Puedo dividirlo por 3? No. Puedo dividirlo por 5? Si. Pongo ese 5 al lado y abajo el resultado (1).
Para 20 ¿puedo dividirlo por 2? Si. Pongo 2 al lado y abajo pongo el resultado (10). A ese 10 ¿puedo dividirlo por 2? Si. Pongo ese 2 al lado y abajo pongo el resultado (5). A ese 5 ¿puedo dividirlo por 5? Si. Pongo ese 5 al lado y abajo el resultado (1).
Repetimos el procedimiento para 32.
Luego tomamos los resultados de las columnas derechas y decimos que:
$15 = 3 \,.\, 5$
$20 = 2^2 \,.\, 5$
$32 = 2^5$
Así, decimos que el mínimo común múltiplo de 15, 20 y 32 es $2^5 \,.\, 3 \,.\, 5 = 480$

a) Buscamos un denominador que sea común a los tres denominadores distintos de las tres fracciones que se suman. Para esto, tenemos varios procedimientos, que veremos en el siguiente apartado:

b) Una vez que obtenemos el denominador común de los distintos denominadores (5, 10 y 25), sea por el procedimiento que sea, lo colocamos como denominador en su lugar correspondiente (50).

$$\underbrace{\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{12}{25}}=\frac{20+15+24}{50}=\frac{59}{50}=1\,\frac{9}{50}$$

Mínimo común denominador

c) Dividimos dicho denominador común por el primer denominador (5).

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{12}{25}=\frac{20+15+24}{50}=\frac{59}{50}=1\,\frac{9}{50}$$

Dividir

d) Multiplicamos el resultado por el primer numerador (2).

Multiplicar

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{12}{25}=\frac{20+15+24}{50}=\frac{59}{50}=1\,\frac{9}{50}$$

e) Colocamos el resultado de dicha cuenta (20) como primer numerador, sobre el denominador común.

El resultado va acá

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{12}{25}=\frac{20+15+24}{50}=\frac{59}{50}=1\,\frac{9}{50}$$

f) Repetimos el procedimiento anteriormente descripto con las otras dos fracciones, es decir, dividimos 50 por 10, lo multiplicamos por 3 y el resultado (15) lo colocamos sumando sobre el denominador común, y por último dividimos 50 por 25, lo multiplicamos por 12 y el resultado (24) lo colocamos sumando sobre el denominador común.

El resultado va acá

Multiplicar

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{12}{25} = \frac{20 + 15 + 24}{50} = \frac{59}{50} = 1\,\frac{9}{50}$$

Dividir

g) Hacemos la suma de los tres resultados que están sobre el denominador común.

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{12}{25} = \frac{\overbrace{20 + 15 + 24}^{\text{Hacemos la suma}}}{50} = \frac{59}{50} = 1\,\frac{9}{50}$$

h) Obtenemos la fracción que buscamos. Al tratarse de una fracción mayor a la de una unidad como $\frac{59}{50}$, lo podemos separar en una unidad más $\frac{9}{50}$.

Separamos unidades enteras de fracciones

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{12}{25} = \frac{20 + 15 + 24}{50} = \frac{59}{50} = 1\,\frac{9}{50}$$

Otros ejemplos:

$$\frac{23}{12} - \frac{5}{8} = \frac{46 - 15}{24} = \frac{31}{24} = 1\,\frac{7}{24}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{2} + \frac{1}{4} = \frac{8 + 50 + 5}{20} = \frac{63}{20} = 3\,\frac{3}{20}$$

Para el caso en que restemos o sumemos “fracciones impropias” (las compuestas por un número entero y una fracción), primero deberemos “pasar” dichas fracciones a fracciones comunes (o “propias”), para después recién hacer la cuenta. Para hacer ese “pasaje”, recordemos que un número entero es lo mismo que dicho número entero sobre 1:

$$2\,\frac{1}{3} - 1\,\frac{3}{4} = \frac{7}{3} - \frac{7}{4} = \frac{28 - 21}{12} = \frac{7}{12}$$

Multiplicación de fracciones:

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador. Si una fracción se multiplica por un número entero, recordemos que deberemos imaginarnos un **1** de denominador debajo de ese número entero.

$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{4}{2}$

$\frac{3}{5} \cdot 6 = \frac{18}{5}$

$\frac{8}{3} \cdot 3 = \frac{24}{3} = 8$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

Fíjense que en el último ejemplo, cuando ambos números son fracciones, se multiplican numerador con numerador (en este ejemplo, 1 por 1) y denominador con denominador (en este ejemplo, 2 por 8).
Para los casos de multiplicación de fracciones por enteros, también puede resultarnos útil el saber que obtendremos el mismo resultado multiplicando el entero por el numerador y agregándole el denominador al resultado, que dividir el entero por el denominador y al resultado multiplicarle el numerador:

$\frac{8}{3} \cdot 3 = \frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 8$ o también $\frac{8}{3} \cdot 3 = (3 : 3) \cdot 8 = 8$

Otra cosa que debemos saber es que dividir a un número por 2, es lo mismo que multiplicarlo por $\frac{1}{2}$:

$44 : 2 = 44 \cdot \frac{1}{2} = 22$

Fracción de una fracción:

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ (Se multiplica numerador por numerador, en este ejemplo, 1 por 1)
(Se multiplica denominador por denominador, en este ej., 2 por 5)

$\frac{3}{5}$ de 45% $= \frac{3}{5}$ de $\frac{45}{100} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\overset{9}{\cancel{45}}}{\underset{20}{\cancel{100}}} = \frac{27}{100} = 27\%$

Fíjense que en un momento, cuando aparecen $\frac{45}{100}$, y antes de seguir, se simplificó, dividiendo ambos números por 5, quedando, asi, $\frac{9}{20}$.
Otra cosa a tener en cuenta es que decir "**(cualquier fracción) de algo**" es lo mismo que hablar de multiplicar esa fracción por ese "**algo**". Así, por ejemplo:

$\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{4} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}$

$\frac{2}{7}$ de $23 = \frac{2}{7} \cdot 23$

$\frac{2}{4}$ de $50\% = \frac{2}{4} \cdot \frac{50}{100}$

(Observemos que en este último caso, **hablar de un porcentaje es lo mismo que hablar de ese valor dividido 100**).

División de fracciones:

$$\frac{9}{4} : \frac{3}{4} = \frac{36}{12} = 3$$

Se multiplica "cruzado", esto es, el numerador del primer número con el denominador del segundo número (y que pasará a ser el numerador del resultado) y el denominador del primer número con el numerador del segundo número (que pasará a ser el denominador del resultado).

Al dividir dos fracciones con un mismo denominador, podemos hacer la "multiplicación cruzada" o, directamente, poner el primer numerador como numerador del resultado y el segundo numerador como denominador del resultado:

$\frac{20}{4} : \frac{3}{4} = \frac{80}{12} = \frac{20}{3}$

$\frac{11}{3} : \frac{5}{3} = \frac{33}{15} = \frac{11}{5}$

Al dividir una fracción por un número entero, podemos hacerlo colocando un 1 como denominador del entero, para facilitar la cuenta:

$\frac{3}{7} : 8 = \frac{3}{7} : \frac{8}{1} = \frac{3}{56}$

Decimales

Si tenemos una fracción dividimos el numerador por el denominador de la misma, lo que obtenemos es la expresión decimal de la fracción.

$\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25$

$\frac{6}{5} = 6 : 5 = 1,2$

$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,33333333333...$

$\frac{11}{30} = 11 : 30 = 0,3666666666...$

Cuando tenemos fracciones con denominador 10, 100, 1000... menores que uno, podemos escribir un cero que representa la parte entera y una coma que separa la parte entera de la decimal. El primer número que aparece después de la coma corresponde a los décimos, el segundo número a los centésimos, el tercer número a los milésimos, etc.
Entonces:

$0 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100} = 0,46$

$1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} = 1 + 0,09 = 1,09$

Ejercicios

Fracciones

1) Calcular:

$\frac{2}{7}$ de 735

$\frac{5}{13}$ de 104

$\frac{5}{6}$ de 498

3 de 1160

$\frac{4}{9}$ de 153

$\frac{7}{11}$ de 1650

2) Resolver:

$\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} =$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

$\frac{6}{12} + \frac{2}{8} =$

$\frac{6}{7} - \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 1 =$

$\frac{3}{10} + \frac{1}{5} - \frac{3}{2} =$

$$\frac{4}{9} : \frac{1}{3} : 2 =$$

$$\frac{4}{9} : \left(\frac{1}{3} : 2\right) =$$

$$\left(2 \cdot \frac{1}{4}\right) : \left(6 \cdot \frac{1}{3}\right) =$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{4} : \frac{1}{3}\right) \cdot 6 =$$

4) Problemas:
a) En una clase hay 10 chicas y 14 chicos. ¿Qué fracción de la clase representan las chicas? ¿Y los chicos?

b) De una torta que pesaba 1,3 kg, ya se han consumido 3/8. ¿Cuánto pesa el trozo que queda?

c) En una huerta hay 4.800 m^2 dedicados al cultivo del maíz, lo que supone 3/5 de la superficie total. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

d) Tres cuartos de kilo de queso cuestan $ 8,70. ¿Cuánto cuesta un kilo?

e) Una camioneta transporta en cada viaje 3/4 de tonelada de arena. Si en un día hace 5 viajes, ¿cuántas toneladas transporta en 4 días?

Decimales

5) Escribir la expresión decimal correspondiente a cada fracción u operación:

$\frac{2}{5} =$

$\frac{5}{6} =$

$\frac{1}{10} =$

$\frac{3}{10} + \frac{51}{100} =$

$1 + \frac{3}{100} =$

$\frac{130}{100} =$